

7 класс

1. В ребусе

$$1/O + 1/H = I/KC$$

буквами О, Н, И, К, С зашифрованы различные цифры, отличные от единицы. Найдите два разных значения дроби И/КС.

Решение: $1/4 + 1/5 = 9/20$ и $1/6 + 1/8 = 7/24$.

Ответ: $9/20$ и $7/24$.

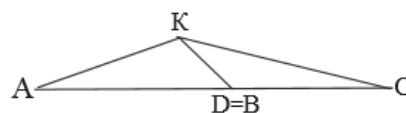
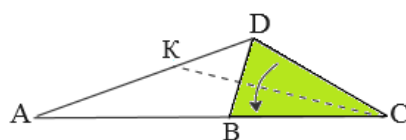
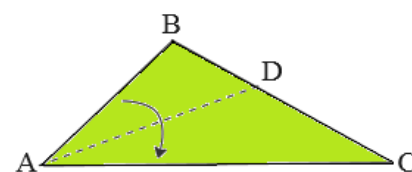
Критерии: За два верных примера - 7 баллов, за один верный пример - 2 балла, иначе - 0 баллов

2. Мастер делает таблички с буквами. Одинаковые буквы он вырезает за одинаковое время, разные — возможно, за разное. Вывеску ТИР мастер выполняет за 16 минут, а вывеску БАР АРБИТР в 4 раза дольше. За сколько мастер выполнит вывеску ТИР ЛАБИРИНТ, если вывеска БАР ТРИ БЛИНА была готова за 1 час 12 минут?

Решение ТИР=16 мин, тогда БАР=(16*4-16)/2=24 мин. и БЛИНА=72-16-24=32 мин. Тогда ТИР ЛАБИРИНТ=16+16+32=64 мин=1 ч 4 мин.

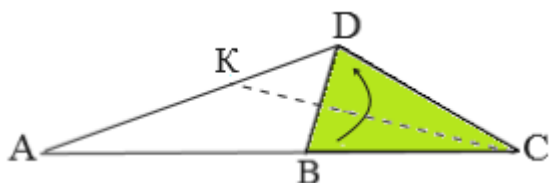
Критерии: Верное решение - 7 баллов, ход рассуждений верный, но содержит арифметическую ошибку – 5 баллов, иначе 0 баллов.

3. Треугольник ABC сложили по биссектрисе AD (разделили угол пополам: сторона AB легла на сторону AC). Потом сложили по биссектрисе СК, оказалось, что при этом D совпала с В. На сколько периметр треугольника ADC больше периметра треугольника ABD, если DC на 1 больше DB и периметр BDC равен 8.



Решение. Так как D совпала с В, сторона

$DC=BC$.



При этом АВ получается наложением боковой стороны треугольника на основание. Пусть $DB=x$, тогда $DC=CB=x+1$. По условию периметр треугольника BCD равен 8, значит $x=2$, $CB=CD=3$.

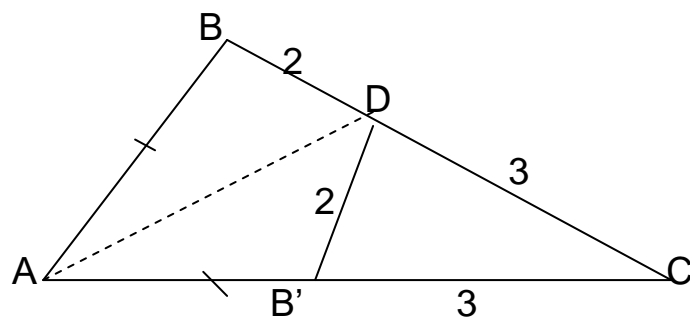
Развернем треугольник .

Периметр ABD равен $AD+BD+AB$.

Периметр ADC равен

$AD+ DC+CA=AD+DC+CB+AB$.

Периметр треугольника ADC больше периметра треугольника ABD на $DC+CB-BD=4$.



Критерии: Верное решение - 7 баллов, ход рассуждения верный , но содержит арифметические ошибки- 5 баллов, верно найдены длины сторон треугольника $B'DC$, дальнейших продвижений нет – 2 балла, иначе 0 баллов.

4. Мальчики и девочки водили хоровод, причем мальчиков, державших за руки двух девочек, не было, а Катя держала за руки двух мальчиков. Кого больше: мальчиков, державшихся за руку с девочкой, или девочек, державших за руку мальчика?

Решение: Заметим, что “рукопожатий” мальчиков с девочками ровно столько, сколько мальчиков, стоящих рядом с девочкой (поскольку ни один мальчик не стоит между двух девочками). При этом эта девочка либо стоит между двумя мальчиками и тогда мальчиков, держащих за руку девочек, будет больше (так как каждый мальчик по условию будет держать за руку только одну девочку), либо с другой стороны у нее будет девочка - в этом случае соответствие взаимно однозначно столько же, разумеется, и “рукопожатий” девочек с мальчиками, из которых два себе “забрала” Катя, лишив какую-то девочку возможности стоять рядом с мальчиком. Значит, девочек, стоявших рядом с мальчиками, меньше.

Критерии: Верное решение - 7 баллов. Если показано, что девочек, стоявших рядом с мальчиком, не больше, чем мальчиков, стоявших рядом с девочкой - 4 балла. Иначе - 0 баллов.

5. Алина разделила 100 орехов на 4 кучки и выложила их в ряд по возрастанию так, что разница между соседними одна и та же. Затем Алина разделила одну кучку на две, и опять их все удалось выложить в ряд по возрастанию так, что разница между соседними одна и та же. Найдите размеры этих 5 кучек.

Решение: Упорядочим кучки по возрастанию (первая самая маленькая). Заметим, что мы не можем разделять 1 и 2 кучки, так как в этом случае 3 и 4 останутся неизменными, а значит не изменится разность между кучками, но при этом изменится разность 1 и 2 (если делим 1) или между 2 и 3 (если делим 2). Кроме того при делении кучки номер 3, разность между кучками

увеличивается, а так как 1 и 2 остались неизменными, но разность не может увеличиться, противоречие. Следовательно мы можем разделить только кучку номер 4.

Если только одна из частей 4-ой кучки встанет между 1 и 3, то разность между кучками не изменится и изменится одновременно, чего не может быть. Поэтому части 4-ой кучки могут быть:

(а) больше, чем 3-я. Этот случай невозможен, так как разность между кучками не изменилась, а значит и новая 4-ая должна совпадать со старой.

(б) меньше, чем 1-ая. Пусть самая маленькая новая кучка имеет a конфет, а разность равна x , тогда новые кучки:

$a, a+x, a+2x, a+3x, a+4x$, при этом $2a+x$ - это кучка номер 4 до деления, то есть $2a+x=a+5x$, откуда $a=4x$ и $4x+5x+6x+7x+8x=100$, откуда $x=10/3$, что невозможно.

(в) одна из частей между 1 и 2, а вторая между 2 и 3. Пусть самая маленькая новая кучка имеет a конфет, а новая разность равна y , тогда новые кучки: $a, a+y, a+2y, a+3y, a+4y$, а старые кучки $a, a+2y, a+4y, 2a+4y$. Откуда $a=2y$ и $2y+3y+4y+5y+6y=100$, то есть $y=5$.

То есть новые кучки: 10, 15, 20, 25 и 30 конфет, а старые: 10, 20, 30 и 40.

Критерии: Верное решение - 7 баллов. Необоснованно утверждается, что делим именно большую кучку - штраф 2 балла. Если упущен вариант (а) – штраф 1 балл, если упущен вариант (б) – штраф 2 балла. Все штрафы суммируются. Неверное решение – 0 баллов.

6. Три фабрики - Apple, Samsung и Xiaomi - производили смартфоны, работая без выходных, причем каждый следующий день января Самсунг производил на 1 смартфон больше, чем Эппл в предыдущий день, Сяоми - на 2 смартфона больше, чем Самсунг в предыдущий день, а Эппл - на 3 смартфона больше, чем Сяоми в предыдущий день. 16 января на фабрике Эппл случилась забастовка: в этот день смартфоны не производились, а в последующие дни производство вернулось к исходной схеме. Всего за январь на каждой из фабрик было произведено по 1000 смартфонов. Сколько смартфонов каждая из компаний произвела 1 января?

Решение:

дата	1	2	3	4
Apple	0+A	3+X	5+S	6+A
Samsung	0+S	1+A	4+X	6+S
Xiaomi	0+X	2+S	3+A	6+X

Заметим, что за любые 3 последовательных дня Эппл производит на 8 смартфонов больше, а Самсунг и Сяоми - на 5 больше, чем все 3 компании в первый день. Кроме того, на четвертый день каждая компания производит на 6 смартфонов больше, чем в первый день.

дата	1	16	31
Apple	0+A	0 вместо 30+A	30
Samsung	0+S	30+S	60+S
Xiaomi	0+X	30+X	60+X

Поскольку с 1 по 15 января 5 трехдневок, с 16 по 30 января - тоже 5 трехдневок, то с 1 по 30 января Эппл произвела на 30 смартфонов больше, чем любая из оставшихся компаний, значит 31 января и Самсунг, и Сяоми произвели на 30 смартфонов больше, чем Эппл, а значит 1 января они произвели по 0 смартфонов. Если бы Эппл 1 января тоже произвела 0 смартфонов, то каждая из компаний за месяц произвела бы $8 \cdot 10 + (6 + 12 + 18 + 24) \cdot 4 + (30 + 36 + 42 + 48 + 54) \cdot 2 + 30 = 80 + 240 + 420 + 30 = 770$ смартфонов. Оставшиеся 230 приходятся на А, которое встречалось по разу в первых 5 трёхдневках, а значит $A = 230 / 5 = 46$.

Критерии: Верное решение – 7 баллов. Неверное решение – 0 баллов.