

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

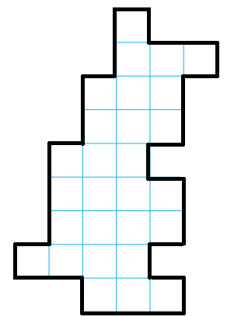
03.02.18 • 5 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,  
создателя системы городских математических олимпиад.*

**Довыводные задачи.**

1. Когда Петя приехал на вокзал, электронные часы показывали 09:54. Он заметил, что сумма цифр делится на 18. А какое следующее время будет на этих же часах, для которого сумма цифр делится на 18? Электронные часы показывают время от 00:00 до 23:59.
2. С натуральным числом разрешены две операции: А) приписать на конце цифру 2; Б) разделить на 2 (если число четно). Например, если с числом 6 проделаем последовательно операции А, Б, А, то получим 312. Можно ли с помощью таких операций из числа 2 получить 18?
3. На базаре три мешка моркови и два мешка свёклы стоят 7 мешков картофеля, а пять мешков моркови и четыре мешка свёклы – 12 мешков картофеля. Что дороже: мешок моркови или мешок свёклы?
4. Разрежьте фигуру справа по линиям сетки на 4 одинаковые фигурки. Фигуры считаются одинаковыми, если их можно совместить наложением.
5. Найдите наибольшее значение, которое может принимать сумма



**ОЛИМП+ИА+ДА.**

Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры,  
разным – разные.

6. В стране смешариков вдоль дороги стоят три дома: сначала – круглый, потом – квадратный, затем – треугольный. В любом только один житель: медведь, ворон или поросенок. Их имена: Копатыч, Кар-Карыч и Нюша. Каждый высказал три утверждения.

Медведь сообщил: «Меня зовут Копатыч. Я живу в круглом доме. Ворон – мой сосед».

Ворон сказал: «Меня зовут Кар-Карыч. Я живу в круглом доме. Медведь – мой сосед».

Поросенок: «Меня зовут Нюша. Я живу в круглом доме. Копатыч – мой сосед».

При этом один из них ни разу не ошибся, другой ошибся только один раз, а третий ровно два раза. Кто в каком доме живет? Как кого зовут? Приведите все возможные варианты.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

03.02.18 • 5 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,  
создателя системы городских математических олимпиад.*

**Выводные задачи.**

7. Можно ли составить из одной пятёрки и нескольких двоек число, которое делится на все однозначные натуральные числа, кроме 5?
8. На острове живут два племени: *лжецы* всегда лгут, а *рыцари* всегда говорят правду. Группа островитян выстроилась в квадрат  $5 \times 5$ . Соседями считаются те, кто стоят рядом в одной колонне или в одной шеренге. На вопрос «Верно ли, что ровно двое из твоих соседей из твоего племени?» каждый ответил «Да». Возможно ли такое?
9. Трое рыбаков наловили рыбы. Первый сказал: «Я поймал 19 рыб». Второй ответил: «Остальные двое поймали 55 рыб». Третий утверждал: «Второй поймал в 4 раза меньше, чем я». Оказалось, что один из рыбаков, называя число, ошибся на единицу. Сколько рыб поймал каждый из них?
10. Грани стеклянного кубика покрасили в один из трех цветов: красный, синий или желтый. При этом красную краску использовали на трех гранях, синюю – на двух, а желтую – всего на одной. Если посмотреть сквозь два красных стекла, то увидим красный цвет. Если сквозь два синих – синий, сквозь два желтых – желтый. Если посмотреть сквозь желтое и синее стекло, то увидим зеленый цвет. Сквозь красное и желтое – оранжевый, сквозь красное и синее – фиолетовый. Посмотрев на окрашенный куб сверху, сбоку и спереди, заметили три разных цвета. Какие это могут быть цвета? Приведи все возможные варианты.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

03.02.18 • 5 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,  
создателя системы городских математических олимпиад.*

**Решения задач.**

1. **Ответ.** 13:59. **Решение.** До 10 часов уже нет такого момента, с 10:00 до 12:59 сумма цифр меньше 18. Следующим подходящим временем (с суммой 18) будет 13:59.

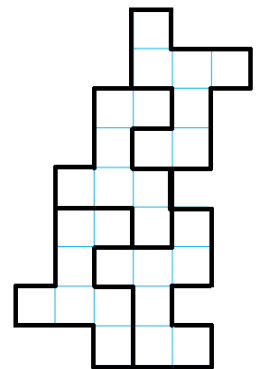
2. **Ответ.** Да, можно. Например, так:

$2 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 112 \rightarrow 56 \rightarrow 28 \rightarrow 14 \rightarrow 7 \rightarrow 72 \rightarrow 36 \rightarrow 18.$

3. **Ответ.** Мешок моркови дороже мешка свёклы. **Решение.** Из первого условия следует, что шесть мешков моркови и четыре мешка свёклы стоят 14 мешков картофеля. С учетом второго условия, мешок моркови стоит 2 мешка картофеля. Тогда два мешка свеклы стоят мешок картофеля. Значит, мешок моркови дороже.

4. **Решение.** Например, так (см. рисунок).

5. **Ответ.** 98891. **Решение 1.** Наибольшее значение получается при  $O=9, L=8, I=7, M$  и  $D - 6$  и  $5, A=4, P=3$  и равно  $98763+74+54=98891$ . Если  $O$  меньше девяти, то значение получится меньше, чем  $89800+100+100=90000$ . Значит,  $O=9$ . Если  $L$  меньше 8, то значение получится меньше, чем  $97900+90+90=98080$ . Значит,  $L=8$ . Если  $I$  меньше 7, то значение получится меньше, чем  $98700+80+80=98860$ . Значит,  $I=7$ . Если и  $M$ , и  $D$  меньше, чем 6, то значение получится меньше, чем  $98756+76+56=98888$ . Допустим,  $M=6$  (второй вариант аналогичен). Если  $D$  меньше, чем 5, то значение получится меньше, чем  $98765+75+50=98890$ . Значит,  $M=5$ . Если  $A$  меньше, чем 4, то значение получится не больше, чем  $98764+73+53=98890$ . Значит,  $A=4$ . И наибольшее значение тогда будет при  $P=3$ . **Решение 2.** В задаче используется семь различных букв. Запишем сумму в виде:  $ОЛИ \times 100 + МП + ИА + ДА = ОЛИ \times 100 + (М + И + Д) \times 10 + П + 2 \times А$ . Чтобы число было наибольшим, число ОЛИ должно быть записано с помощью трёх самых больших цифр, т.е. 987,  $O=9, L=8, I=7$ . В разряде десятков в числах МП, ДА должны стоять две самые большие цифры, отличные от 9, 8 и 7, т.е.  $M$  и  $D$  — это 6 и 5. Здесь значение  $П + 2 \times А$  будет самым большим, если  $A=4, P=3$ . Тогда  $ОЛИ \times 100 + (М + И + Д) \times 10 + П + 2 \times А = 987 \times 100 + (6 + 7 + 5) \times 10 + 3 + 2 \times 4 = 98891$ .



6. **Ответ.** Медведь Копатыч живёт в круглом доме, ворон Кар-Карыч – в квадратном, поросёнок Нюша – в треугольном. **Решение.** В таблице отметим, где ложь, а где правда, в итоге окажется три значка «Л» и остальные «П».

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

03.02.18 • 5 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,  
создателя системы городских математических олимпиад.*


	Высказывание		
	№1	№2	№3
Медведь			
Ворон			
Поросенок			

	Высказывание		
	№1	№2	№3
Медведь	П		П
Ворон	П		П
Поросенок	П		Л

	Высказывание		
	№1	№2	№3
Медведь	П	П	П
Ворон	П	Л	П
Поросенок	П	Л	Л

Легко видеть, что во втором столбике одна правда и 2 лжи. Значит, в 1 или 3 столбике одна ложь. Про свое имя они не могли ошибиться ровно один раз, поэтому про имя все сказали правду. Тогда одна ошибка у кого-то в третьем высказывании. Третье высказывание медведя и ворона одинаковое, поэтому правдивое у каждого из них. А ложь: «Копатыч – сосед поросенка».

Следовательно, ни Копатыч, ни поросенок не могут жить в центре (в квадратном доме). Поэтому в квадратном доме живет ворон Кар-Карыч. Ворон Кар-Карыч ошибся 1 раз (высказывание про дом). Поскольку у Нюши уже есть одна ошибка, то ошибок совсем нет у медведя Копатыча, который и живет в круглом доме. А Нюша, получается, ошиблась 2 раза и живет в треугольном доме.

7. **Ответ.** Нет, нельзя. **Решение.** Чтобы число делилось на 2, последняя цифра должна быть двойкой. Чтобы исходное число делилось на 4, число, образованное двумя последними цифрами, должно делиться на 4: 22 не делится, а 52 делится, т.е. число имеет вид  $\overline{2\dots252}$ . Но тогда в разряде сотен будет стоять двойка, а  $\overline{252}$  на 8 не делится, тогда число  $\overline{2\dots252}$  не делится на 8.
8. **Ответ.** Да. Например, так, см. рисунок справа. В темных клетках стоят лжецы, в светлых – рыцари.
- 
9. **Ответ.** У первого – 19 рыб, у второго – 12, у третьего – 36. **Решение.** Если ошибся первый или второй рыбак, то третий поймал нечетное число рыб: 35 или 37, что не делится на 4. Тогда ошиблись двое рыбаков, противоречие. Значит, ошибся только третий.  $55-19=36$  рыб. Число 36 не делится на 5, но делится на 3; у второго  $36:3=12$  рыб.
10. **Ответ.** Два варианта: 1) красный, фиолетовый и зелёный, 2) красный, синий и оранжевый. **Решение.** Если все три грани при какой-то одной вершине окрашены в красный цвет, то напротив двух красных будет обязательно синий, т.е. цвета будут повторяться, противоречие с условием задачи. Но всегда две красные грани будут соседними (ведь у куба всего 6 граней). Тогда третья красная грань будет напротив одной из двух красных, поэтому увидим точно один красный цвет. Далее возникают два варианта: 1) синие грани расположены напротив друг друга, 2) синие грани – соседи. В первом случае получаем 3 различных цвета: красный, синий и оранжевый. Во втором – красный, фиолетовый и зелёный.