Математическая олимпиада школьников имени Г.П. Кукина

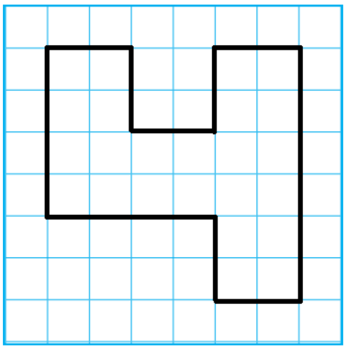
03.02.18 • 7 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. На базаре три мешка моркови и два мешка свёклы стоят 7 мешков картофеля, а пять мешков моркови и четыре мешка свёклы – 12 мешков картофеля. Что дороже: мешок моркови или мешок свёклы?

2. Разделите «четвёрку» на четыре равные части по форме и по площади. Разрезать можно не только по линиям клеток.



3. В треугольнике ABC медиана, проведенная из вершины A, разбивает его на два треугольника одинакового периметра. Можно ли из той же вершины провести луч, разбивающий исходный треугольник на два таких, что периметр одного вдвое больше периметра другого?

4. Каких 100-значных чисел без нулей в десятичной записи больше: с суммой цифр 700 и оканчивающихся на 7 или с суммой цифр 300 и оканчивающихся на 3?

5. Число называется *олимпиадным*, если его можно представить в виде суммы **ОЛИМП+ИА+ДА**, причём одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные. Какое наибольшее значение может принимать разность двух *олимпиадных* чисел?

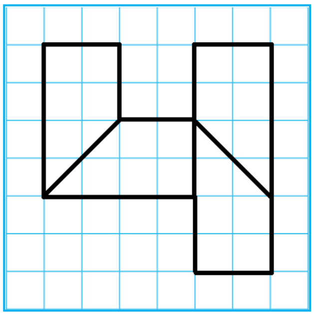
6. На острове живут два племени: *лжецы* всегда лгут, а *рыцари* всегда говорят правду. Группа островитян выстроилась в квадрат 9х9. Соседями считаются те, кто стоят рядом в одной колонне или в одной шеренге. На вопрос «Верно ли, что ровно двое из твоих соседей из твоего племени?» каждый ответил «Да». Возможно ли такое?

Решения задач.

1. **Ответ.** Мешок моркови дороже мешка свёклы. **Решение.** Из первого условия следует, что шесть мешков моркови и четыре мешка свёклы стоят 14 мешков картофеля. С учетом второго условия, мешок моркови стоит 2 мешка картофеля. Тогда два мешка свеклы стоят мешок картофеля. Значит, мешок моркови дороже.

   Критерии проверки. Верное решение – 7 баллов, получено только верное соотношение морковь-картофель или свекла-картофель, а дальнейших продвижений нет или они приводят к неверному ответу – 3 балла, решение неверно или только ответ – 0 баллов.

2. **Решение.** Например, так (см. рисунок).

   Критерии проверки. Верный способ разрезания – 7 баллов, решение неверно – 0 баллов.

3. **Ответ.** Нет. **Решение.** Из первого условия ясно, что треугольник равнобедренный, боковую сторону обозначим за x, тогда основание меньше 2x. Тогда какой бы луч мы ни провели, периметр «большего» треугольника меньше 4x, а периметр «меньшего» больше 2x (из неравенства треугольника).

   Критерии проверки. Верное решение – 7 баллов, составлены неравенства треугольника, но решение не доведено до конца – 3 балла, показано, что треугольник равнобедренный, а дальнейших продвижений нет или они приводят к неверному ответу – 1 балл, решение неверно или только ответ – 0 баллов.

4. **Ответ.** Поровну. **Решение.** Установим соответствие между числами с суммой цифр 300, оканчивающимися на 3, и числами с суммой 700, заканчивающимися на 7, по следующему правилу: заменим каждую цифру x первого числа на 10-x. Очевидно, что каждому числу одного вида соответствует единственное число другого вида, а также любым двум различным числам с суммой цифр 700 соответствуют различные числа с суммой цифр 300, и наоборот.

   Критерии проверки. Верное решение – 7 баллов, решение неверно или только ответ – 0 баллов.

Математическая олимпиада школьников
имени Г.П. Кукина

03.02.18 • 7 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

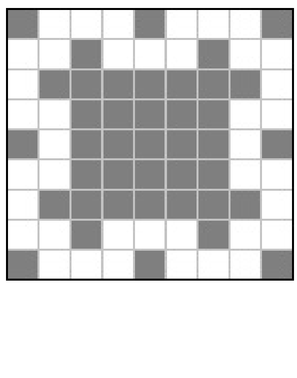
5. **Ответ.** 98891-10306=88585. **Решение.** 1) покажем сначала, что наименьшее значение олимпиадного числа получается при О=1, Л=0, И=2, М и Д – 3 и 4, А=5, П=6 и равно 10236+25+45=10306. Если О больше одного, то значение получится больше, чем 20000. Значит, О=1. Если Л больше нуля, то значение получится больше, чем 11000. Значит, Л=0. Если И больше двух, то значение получится больше, чем 10300+30+10=10340. Значит, И=2. Если и М, и Д больше, чем три, то значение получится больше, чем 10243+23+43=10309. Допустим, М=3 (второй вариант аналогичен). Если Д больше, чем 4, то значение получится больше, чем 10234+24+50=10308. Значит, Д=4. Если А больше, чем 5, то значение получится не меньше, чем 10235+26+46=10307. Значит, А=5. И наименьшее значение тогда будет при П=6.

2) покажем, что наибольшее значение олимпиадного числа получается при О=9, Л=8, И=7, М и Д – 6 и 5, А=4, П=3 и равно 98763+74+54=98891. Если О меньше девяти, то значение получится меньше, чем 89800+100+100=90000 (с учетом того, что разные буквы – разные цифры). Значит, О=9. Если Л меньше 8, то значение получится меньше, чем 97900+90+90=98080. Значит, Л=8. Если И меньше 7, то значение получится меньше, чем 98700+80+80=98860. Значит, И=7. Если и М, и Д меньше, чем 6, то значение получится меньше, чем 98756+76+56=98888. Допустим, М=6 (второй вариант аналогичен). Если Д меньше, чем 5, то значение получится меньше, чем 98765+75+50=98890. Значит, Д=5. Если А меньше, чем 4, то значение получится не больше, чем 98764+73+53=98890. Значит, А=4. И наибольшее значение тогда будет при П=3.

Таким образом, наибольшее значение олимпиадного числа – 98891, наименьшее – 10306. Тогда наибольшее значение разности двух олимпиадных чисел будет 88585.

Критерии проверки. Верное решение – 7 баллов, получены все верные числа, но одно значение олимпиадного числа (наибольшее или наименьшее) не достаточно обосновано – 5 баллов, обосновано только наибольшее (наименьшее) значение – 3 балла, решение неверно или только ответ – 0 баллов.

6. **Ответ.** Да. Например, так. В тёмных клетках стоят лжецы, в светлых – рыцари.



Критерии проверки. Верный пример расстановки – 7 баллов, решение неверно или только ответ – 0 баллов.