# *Математический марафон старшеклассников, 30 сентября 2018 г.*

# **Текстовые задачи**

1. **(1 балл).** Девочка купила 10 тетрадей по 48 листов стоимостью 31 рубль за штуку, а на оставшиеся деньги - тетради по 12 листов стоимостью 16 рублей 50 копеек за 1 тетрадь. Сколько тетрадей по 12 листов купила девочка, если она истратила не более 400 рублей?

**Решение:** 10 тетрадей это 310 рублей. 400 – 310 = 90 рублей. 90 : 16,5 = 5,(45).

Ответ: 5 тетрадей.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| *Баллы* | *Правильность (ошибочность) решения* |
| 1 | Полное верное решение. |
| 0,5 | Верная последовательность действий, но имеется арифметическая ошибка ИЛИ Указан только верный ответ без комментариев. |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют или решение отсутствует.. |

1. **(2 балла).** На рисунке точками показано потребление электроэнергии 9-тиэтажным домом на протяжении суток. По горизонтали указываются часы, по вертикали — потребление электроэнергии в киловаттах. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику потребления электроэнергии в течение этого периода.

|  |  |
| --- | --- |
|  ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ | ХАРАКТЕРИСТИКИ |
| А) ночь (с 0 до 6 часов)Б) утро (с 6 до 12 часов)В) день (с 12 до 18 часов)Г) вечер (с 18 до 24 часов) | 1) Самый быстрый рост потребления электроэнергии за сутки.2) Потребление электроэнергии падало в течение всего периода.3) Потребление электроэнергии достигло максимума за сутки.4) Потребление электроэнергии сначала падало, а потом росло. |

 Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *А* | *Б* | *В* | *Г* |
|  |  |  |  |

**Решение:**

Ночью с 0 до 6 часов потребление электроэнергии сначала падало, а потом росло.

Утром с 6 до 12 часов самый быстрый рост потребления электроэнергии за сутки.

Днём с 12 до 18 часов потребление электроэнергии достигло максимума за сутки.

Вечером с 18 до 24 часов потребление электроэнергии падало в течение всего периода.

Таким образом, получаем соответствие: А — 4, Б — 1, В — 3 и Г — 2.

Ответ: 4132.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| *Баллы* | *Правильность (ошибочность) решения* |
| 2 | Полное верное решение (каждой букве верно сопоставлена цифра). |
| 1,5 | Трем буквам верно сопоставлены цифры. |
| 1 | Двум буквам верно сопоставлены цифры. |
| 0,5 | Только одной букве верно сопоставлены цифры. |
| 0 | Нет ни одной верной комбинации. |

1. **(2 балла).** Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

**Решение:**

В  задаче не сказано, чему равен объем работы. Значит, работу можно принять за единицу.

Пусть *x* и *y* — производительности первого и второго рабочего соответственно.

По условию, первый рабочий за два дня делает такую же часть работы, какую второй — за три дня. Значит, 2x=3y. Отсюда .

Работая вместе, они сделали всю работу за 12 дней. При совместной работе производительности складываются, значит,

     . Итак, первый рабочий за день выполняет 1/20 всей работы. Значит, на всю работу ему понадобится 20 дней.

Ответ: 20.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| *Баллы* | *Правильность (ошибочность) решения* |
| 2 | Полное верное решение.  |
| 1,5 | Решение верное, но из-за некоторых неточностей правильный ответ не получен (возможна арифметическая ошибка). |
| 1 | Получено верное уравнение. Но его решение неверное или не завершено, или отсутствует. |
| 0,5 | Установлено верно одно или два соотношения между введенными переменными, других продвижений нет. |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют или решение отсутствует. |

1. **(2 балла).** Первый сплав серебра и меди содержит 430 г серебра и 70 г меди, а второй – 210 г серебра и некоторое количество меди. Сплавили кусок первого сплава с куском второго сплава массой 75 г и получили 300 г сплава, содержащего 82% серебра. Найдите массу второго сплава, ответ дайте в г.

**Решение:** Пусть х-масса второго сплава.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Серебро (конц) | Сплав (г) | Серебро (г) |
| 1 сплав | =0,86 | 300 -75 = 225 | 225·0,86 |
| 2 сплав |  | 75 | 75· |
| 1+2 | 0,82 | 300 | 300·0,82 |



   

Ответ: 300.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| *Баллы* | *Правильность (ошибочность) решения* |
| 2 | Полное верное решение.  |
| 1,5 | Решение верное, но из-за некоторых неточностей правильный ответ не получен (возможна арифметическая ошибка). |
| 1 | Получено верное уравнение. Но его решение неверное или не завершено, или отсутствует. |
| 0,5 | Установлено верно одно или два соотношения, других продвижений нет. |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют или решение отсутствует. |

1. **(2 балла)** Строительные фирмы учредили компанию с уставным капиталом 150 млн. рублей. Первая фирма внесла 20% уставного капитала, вторая фирма — 22,5 млн. рублей, третья — 0,3 уставного капитала, четвертая фирма внесла оставшуюся часть.

По договоренности ежегодная прибыль между фирмами будет расформирована пропорционально внесенным в уставный капитал вкладам. Какую сумму получит четвертая фирма, если прибыль составила 100 млн. рублей? Ответ дайте в млн. рублей.

**Решение**: Первая фирма - 150·20:100 = 30 (млн. р.).

Вторая фирма – 22,5 (млн. р.).

Третья фирма – 0,3·150 = 45 (млн. р.).

Четвертая фирма – 150 – (30 + 22,5 + 45) = 52,5 (млн. р.).

Часть уставного капитала, который составляет взнос четвертой фирмы:

52,5:150 = 0,35.

Сумма от прибыли, причитающаяся четвертой фирме: 100·0,35 = 35 (млн. р.).

Ответ: 35.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| *Баллы* | *Правильность (ошибочность) решения* |
| 2 | Полное верное решение.  |
| 1,5 | Решение верное, но из-за некоторых неточностей правильный ответ не получен (возможна арифметическая ошибка). ИЛИ Решение не завершено |
| 1 | Получено верное значение для четырех фирм |
| 0,5 | Получено верное значение для одной из фирм |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют или решение отсутствует. |

1. **(3 балла).** Расстояние между станциями A и B равно 103 км. Из A в B вышел скоростной поезд и, пройдя некоторое расстояние, был задержан, поэтому оставшийся до B путь проходил со скоростью, на 4 км/ч большей, чем прежняя. Найти первоначальную скорость поезда, если известно, что оставшийся до B путь был на 23 км длиннее пути, пройденного до задержки, и что на прохождение пути после задержки было затрачено на 15 мин больше, чем на прохождение пути до нее, а на весь путь было потрачено не более 2 часов. Ответ дайте в км/ч.

**Решение:**Пусть x км 1-я часть пути поезда до остановки. Тогда вторая часть пути x+23 км. Так как 103=2x+23, то x=40 км. Пусть *v* км/ч - скорость поезда от A до остановки, тогда во второй части скорость равна *v*+4 км/ч. Приходим к уравнению ,

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   | ***S (км)*** | ***v(км/час)*** | ***t(час)*** |
| 1-я часть пути | 40 | *v* |  |
| 2-я часть | 63 |  |  |

Приведем к одному знаменателю и отбросим его (v>0)..



откуда *v*= 80  и 8 (второй корень *v*=8 не подходит, т.к. на весь путь было затрачено не более двух часов).

**Ответ:**80.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| *Баллы* | *Правильность (ошибочность) решения* |
| 3 | Полное верное решение |
| 2,5 | Верное решение, но не учтено условие, что на весь путь было затрачено не более двух часов, поэтому в ответе 2 корня. |
| 2 | Решение верное, но из-за некоторых неточностей правильный ответ не получен (возможна арифметическая ошибка). |
| 1 | Получено верное уравнение. Но его решение неверное или не завершено, или отсутствует. |
| 0,5 | Установлено верно одно или два соотношения между введенными переменными ИЛИ верно определены части пути, других продвижений нет. |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют или решение отсутствует. |

ЭТАП: НЕРАВЕНСТВА

**Задание 1** (1 балл) Решить неравенства: $ \frac{1}{2-x}>4$.

*Решение:* $\frac{1}{2-x}-4>0; \frac{1-8+4x}{2-x}>0; \frac{4x-7}{2-x}>0;1,75<х<2.$

Ответ: $1,75<х<2$.

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 1 балл | Обоснованно получен правильный ответ. |
| 0,5 баллов | Решение не доведено до конца или допущена арифметическая ошибка. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

**Задание 2** (2 балл) Решить неравенства: $ \frac{3x^{2}+10x-8}{\sqrt{1-5x}}<0.$

*Решение:* ОДЗ: $x<0,2;$ так как знаменатель на ОДЗ положителен, следовательно что бы выполнялся знак неравенства числитель должен быть отрицательный, т. е.

$3x^{2}+10x-8<0; -4<x<\frac{2}{3}.$ Последнее условие имеет пересечения с ОДЗ

$$-4<x<0,2.$$

Ответ: $-4<x<0,2.$

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 2 балл | Обоснованно получен правильный ответ. |
| 1 баллов | В решении допущена арифметическая ошибка или описка. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

**Задание 3** (2 балла) Решить неравенства: $\sqrt{x-3}-\frac{4}{\sqrt{x-3}}<3.$

*Решение:* ОДЗ: $x>3$. Обозначим $\sqrt{x-3}=t, t>0 на ОДЗ.$

$t-\frac{4}{t}<3; \frac{t^{2}-3t-4}{t}<0$. Так как $t>0$, следовательно $t^{2}-3t-4<0;$ $-1<t<4,$ учитывая условие $t>0$, $0<t<4.$ Возвращаемся к замене: $0<\sqrt{x-3}<4$, $x-3<16, x<19.$ Учитывая ОДЗ $3< x<19.$

Ответ:$ 3< x<19.$

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 2 балл | Приведена верная последовательность шагов решения: 1) сделана замена (указано условие на новую переменную), 2) верно решено дробно-рациональное уравнение, 3) верно выполнен переход к исходной переменной. |
| 1,5 балла | Решение в целом правильно, но допущена арифметическая ошибка. |
| 1 баллов | Допущена ошибка в одном из трех пунктов, два пункта выполнены верно. |
| 0,5 баллов | Один пункт из трех выполнен верно. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

**Задание 4** (3 балла) Решить неравенства: $\frac{7x+1}{\left(x^{2}-4x+4\right)\left(x^{2}-5x+4\right)}\leq \frac{1}{6x-x^{2}-8}.$

*Решение:* Раскладываем знаменатели на множители, переносим все в одну часть и приводим к общему знаменателю. Применяем метод интервалов.

$$\frac{7x+1}{\left(x-2\right)^{2}\left(x-1\right)\left(x-4\right)}\leq \frac{1}{-\left(x-2\right)\left(x-4\right)}; \frac{7x+1}{\left(x-2\right)^{2}\left(x-1\right)\left(x-4\right)}+\frac{1}{\left(x-2\right)\left(x-4\right)}\leq 0$$

$$\frac{x^{2}+4x+3}{\left(x-2\right)^{2}\left(x-1\right)\left(x-4\right)}\leq 0; \frac{\left(x+1\right)\left(x+3\right)}{\left(x-2\right)^{2}\left(x-1\right)\left(x-4\right)}\leq 0$$

$$x\in \left[-3;-1\right]∪\left(1;2\right)∪\left(2;4\right).$$

Ответ: $x\in \left[-3;-1\right]∪\left(1;2\right)∪\left(2;4\right).$

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 2 балл | Приведена верная последовательность шагов решения: 1) верно выполнено приведение к общему знаменателю, 2) верно найдены корни числителя и знаменателя, 3) верно определены знаки на каждом интервале (учтена кратность корня х=2). |
| 1,5 балла | Решение в целом правильно, но допущена арифметическая ошибка. |
| 1 баллов | Допущена ошибка в одном из трех пунктов, два пункта выполнены верно. |
| 0,5 баллов | Один пункт из трех выполнен верно. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

**Задание 5** (4 балла) При каких значениях параметра *а* неравенство

 $\frac{x^{2}-8x+20}{ax^{2}+2\left(a+1\right)x+9a+4}<0$ выполняется для всех значений *х*.

*Решение:* $x^{2}-8x+20>0 при x\in R.$Следовательно $ax^{2}+2\left(a+1\right)x+9a+4<0$ должно быть верно для $x\in R.$

При $a=0 получаем 2x+4<0$ не верно для $x\in R.$

При $a\ne 0$ условие выполняется если ветви параболы направлены вниз и дискриминант меньше нуля. $D=4\left(a+1\right)^{2}-4a\left(9a+4\right)=4\left(-8a^{2}-2a+1\right)<0$; $a<-0,5 или a>0,25.$ Но ветви должны быть направлены вниз, следовательно $a<0.$

Ответ: $a<-0,5.$

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 4 бала | Обоснованно получен правильный ответ. |
| 3 балла | Получен правильный ответ, но не обоснован случай *а≠0*. |
| 1 балл | Не учтено, что ветви должны быть направлены вниз*.* |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из критериев перечисленных выше. |

ЭТАП: УРАВНЕНИЯ

**Задание 1** (1 балл) Решить уравнение: $\left|2x-7\right|=19-3x.$

*Решение:* При условии, что $19-3x\geq 0$, $x\leq 6\frac{1}{3}$ уравнение распадается на два:

$2x-7=19-3x$ или $2x-7=3x-19.$ Корень первого 5,2; корень второго 12, не удовлетворяет условию.

Ответ: 5,2.

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 1 балл | Обоснованно получен правильный ответ. |
| 0,5 баллов | В решении допущена арифметическая ошибка. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

**Задание 2** (1 балла) Решить уравнение: $\frac{5x^{2}+9x-18}{x+3}=x^{2}+7x-9.$

*Решение:* $\frac{5\left(x+3\right)\left(x-1,2\right)}{x+3}=x^{2}+7x-9;5x-6=x^{2}+7x-9, при x\ne -3;$

$$x^{2}+2x-3=0;x=-3 или x=1.$$

Ответ: $x=1$.

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 1 балл | Приведена верная последовательность шагов решения: 1) верно числитель разложен на множители, 2) верно указана ОДЗ, 3) верно выполнены вычисления и отобран корень.Или обе части уравнения домножены на знаменатель, верно решено полученное уравнение 3-ей степени, учтена ОДЗ. |
| 0,5 баллов | Допущена описка или арифметическая ошибка. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

**Задание 3** (2 балла) Решить уравнение: $\sqrt{20x^{2}-17x+26}=5x-4.$

*Решение:* $20x^{2}-17x+26=\left(5x-4\right)^{2}$при условии $5x-4\geq 0, т. е. x\geq 0,8.$

$5x^{2}-23x-10=0; x\_{1}=5, x\_{2}=-0,4.$Второй корень – посторонний.

Замечание: можно не выписывать условие, но тогда необходимо сделать проверку.

Ответ: 5.

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 2 балл | Обе части уравнения верно возведены в квадрат, верно решено полученное квадратное уравнение, верно произведен отбор корней (с помощью условия на правую часть или с помощью проверки). |
| 1 баллов | Допущена описка или арифметическая ошибка. |
| 0 баллов | Уравнение решено, но не произведен отбор корней. |

**Задание 4** (2 балла) Решить уравнение: $2∙16^{x}-0,75∙4^{x+1}+1=0$ и найти корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3};-\frac{\sqrt{5}}{5}\right].$

*Решение:* $2∙4^{2x}-3∙4^{x}+1=0;$ $t=4^{x}, t>0,$ $2t^{2}-3t+1=0; t\_{1}=1, t\_{2}=\frac{1}{2}.$

$4^{x}=1;x=0$ или $4^{x}=\frac{1}{2};x=-\frac{1}{2}.$

$0\ni \left[-\frac{\sqrt{3}}{3};-\frac{\sqrt{5}}{5}\right]$; $=-\frac{1}{2}\in \left[-\frac{\sqrt{3}}{3};-\frac{\sqrt{5}}{5}\right] $т. к. $\frac{1}{5}<\frac{1}{4}<\frac{1}{3}⇒\frac{\sqrt{5}}{5}<\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{3}⇒-\frac{\sqrt{3}}{3}<-\frac{1}{2}<-\frac{\sqrt{5}}{5}.$

Ответ: $x=0;x=-\frac{1}{2},$ заданному отрезку принадлежит $x=-\frac{1}{2}$.

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 2 балл | Обоснованно получен правильный ответ. Решено уравнение и отобраны корни. |
| 1 баллов | Решено уравнение. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

**Задание 5** (2 балла) Решить уравнение $cos^{2}x+sinx=\sqrt{2}sin\left(x+\frac{π}{4}\right)$ и найти корни, принадлежащие отрезку $\left[-4π;-\frac{5π}{2}\right].$

*Решение:* $cos^{2}x+sinx=\sqrt{2}sinx∙cos\frac{π}{4}+\sqrt{2}cosx∙sin\frac{π}{4};$

$$cos^{2}x+sinx=sinx+cosx;$$

$$cosx\left(cosx-1\right)=0;$$

$cosx=0$или $cosx=1;$

$x=\frac{π}{2}+πn, n\in Z$или $x=2πk, k\in Z.$

1) $-4π\leq \frac{π}{2}+πn\leq -\frac{5π}{2};$

$$-4\leq \frac{1}{2}+n\leq -\frac{5}{2};$$

$$-\frac{9}{2}\leq n\leq -3;n=-4, x=-\frac{7π}{2};n=-3, x=-\frac{5π}{2}.$$

2) $-4π\leq 2πk\leq -\frac{5π}{2};$

$$-2\leq k\leq -\frac{5}{4};k=-2, x=-4π.$$

Ответ:

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 2 балла | Обоснованно получен правильный ответ. Решено уравнение и отобраны корни. |
| 1 балл | Верно решено уравнение. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. |

**Задание 6** (4 балла) Найдите все значения параметра *а*, при каждом из которых система уравнение $\left\{\begin{array}{c}\frac{\left(y^{2}-xy-4y+2x+4\right)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}}=0;\\a=x+y.\end{array}\right.$ имеет единственное решение.

*Решение:* Первое уравнение системы имеет смысл при $x\geq -4;y<5.$

Изобразим график 1-ого уравнения.

$$\frac{\left(y^{2}-xy-4y+2x+4\right)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}}=0;\left(y^{2}-xy-4y+2x+4\right)\sqrt{x+4}=0;$$

$$ y^{2}-xy-4y+2x+4=0; \sqrt{x+4}=0;$$

$$y^{2}-4y+4-xy+2x=0; \left(y-2\right)^{2}-x\left(y-2\right)=0; \left(y-2\right)\left(y-2-x\right)=0;$$

$$y=2;y=x+2;x=-4.$$

Рис.

Прямая $y=-x+a$ должна пересекать график 1-ого уравнения на области $x\geq -4;y<5$ в одной точке, это возможно, если она проходит через точку *А*(0; 2), через точку *С*(-4; -2) и ниже, через точку *В*(3; 5) и выше. Подставим координаты точек во 2-ое уравнение.

$$1) A\left(0;2\right) a=0+2=2;$$

$$2) C\left(-4;-2\right) a=-4-2=-6;a\leq -6;$$

$$3) B\left(3;5\right) a=3+5=8;a\geq 8.$$

Ответ:$ a\leq -6;a=2;a\geq 8.$

*КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ*

|  |  |
| --- | --- |
| 4 бала | Верно найдены все значения параметра *а*. |
| 3 бала | Верно найдены все значения параметра *а*, но не включены граничные точки. Или допущена арифметическая ошибка, с учетом которой получен не верный ответ. |
| 2 балла | Верно указан лишь один из двух интервалов и найдено значение $a=2$. |
| 1 балл | Верно найдено значение $a=2$. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.  |

ЭТАП: Планиметрия

1. Найти площадь закрашенной фигуры, если площадь параллелограмма 14.



РЕШЕНИЕ

Площадь параллелограмма в два раза больше площади треугольника, имеющего то же основание и высоту.

Ответ: 7.

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** |  **Критерии оценки выполнения математических заданий с развернутым ответом** |
| 1 | Приведена верная последовательность всех шагов решения. Правильно выполнены все преобразования и вычисления. Полученверный ответ. |
| 0 | Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 балл. |

1. Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника делит его боковую сторону на отрезки 3 и 5, считая от основания. Найти длину основания треугольника.

РЕШЕНИЕ

Биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону на части пропорциональные сторонам, между которыми она идет, то есть если -длина основания, то 

Ответ: 

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** |  **Критерии оценки выполнения математических заданий с развернутым ответом** |
| 2 | Приведена верная последовательность всех шагов решения. Правильно выполнены вычисления. Получен верный ответ. |
| 1 | Правильно сформулирована теорема. Но допущена арифметическая ошибка. |
| 0 | Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказаннымкритериям выставления оценок. |

**3.** В правильном треугольнике со стороной  на стороне дана точка на расстоянии 1 от вершины. Найти длину отрезка, соединяющего эту точку с центром треугольника.

РЕШЕНИЕ



-это радиус окружности, описанной около правильного треугольника.

 



Ответ:

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** |  **Критерии оценки выполнения математических заданий с развернутым ответом** |
| 2 | Правильно выполнены все преобразования и вычисления. Полученверный ответ. |
| 1 | Верно найден радиус описанной окружности. |
| 0 | Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказаннымкритериям выставления оценок. |

4. Медианы треугольника равны 15, 36 и 39. Найти площадь треугольника.

**РЕШЕНИЕ.**



Заметим, что площадь  в три раза больше площади 

Пусть  Тогда  Найдем  Достроим  до параллелограмма продолжив  по прямой на равный ему отрезок  Тогда  Треугольник  имеет стороны 10;24;26 и по теореме обратной теореме Пифагора является прямоугольным. Его площадь  Следовательно площадь  равна 360.

Ответ: 360

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** |  **Критерии оценки выполнения математических заданий с развернутым ответом** |
| 3 | Приведена верная последовательность всех шагов решения. Правильно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ. |
| 2 | Приведена верная последовательность всех шагов решения. В результате описки или ошибки возможен неверный ответ. |
| 1 | Отмечено, что площадь  в три раза больше площади  или  достроен до параллелограмма. |
| 0 | Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказаннымкритериям выставления оценок. |

5. В круге радиуса 4 проведены две параллельные хорды, Одна из них стягивает дугу в  а другая  Найти расстояние между ними.

**РЕШЕНИЕ.**

Возможны две ситуации



1)

Тогда искомое расстояние 

2)
Ответ: 

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Общие критерии оценки выполнения математических заданий с развернутым ответом** |
| 4 | Приведена верная последовательность всех шагов решения. **Вернообоснованы** все моменты **решения.** Правильно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ. |
| 3 | Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допустимы 1 описка и/или негрубая вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате описки или ошибки возможен неверный ответ. |
| 2 | Правильно рассмотрен лишь один вариант. |
| 1 | Рассмотрен лишь один вариант. Допущена вычислительная ошибка. |
| 0 | Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла. |

# ***Квадратный трехчлен и теорема Виета***

1. **(1 балл**) График какой из приведенных ниже функций изображён на рисунке?

A)  B) 

C)  D) 

**Решение.** Так как ветви направлены вниз, старший коэффициент отрицательный, это варианты B и D. Свободный коэффициент отвечает за пересечение с осью ординат, учитывая масштаб, имеем точку (0;8) – случай D.

Ответ: D.

**Критерии оценки.**

|  |  |
| --- | --- |
| 1 балл | Получен верный ответ |
| 0 баллов | Ответ не верен |

1. (**1 балл**)*.* Найти расстояние между нулями функции 

**Решение.**

Нули функции – корни уравнения . Заметим, что  является корнем, по т. Виета: . Расстояние между нулями функции равно 99.

Ответ: 99

**Критерии оценки.**

|  |  |
| --- | --- |
| 1 балл | Обоснованно получен верный ответ. |
| 0,5 баллов | В решении допущена описка или арифметическая ошибка ИЛИ дан правильный ответ без объяснения. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

1. (**2 балла**) При каких значениях параметра *n* неравенство  не имеет решений.

**Решение.**

Заметим, что ветви графика функции  направлены вверх, заданное неравенство не будет иметь решения, если график расположен строго выше оси абсцисс, следовательно, уравнение не должно иметь корней, т.е. D<0: .



Ответ: 

**Критерии оценки.**

|  |  |
| --- | --- |
| 2 балла | Обоснованно получен верный ответ. |
| 1 балл | Получено верное неравенство на *n*, но само неравенство решено не верно |
| 0,5 баллов | Написан верный ответ, но решение не достаточно обосновано.  |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

1. (**2 балла**) Оценивается лишь одна из двух задач. Задание а) тем, кто по программе изучал производную; задание b) необходимо выполнять тем, кто по программе изучал логарифмы. Баллы выставляются только за одно из заданий: или только за а) или только за b).
	1. Напишите уравнение касательной к графику функции  параллельной оси абсцисс
	2. При каких значениях аргумента график функции  расположен выше оси абсцисс?

**а) Решение.**

Графиком квадратичной функции  является парабола. Касательная к параболе параллельная оси абсцисс проходит через экстремальную точку, т.е. через ее точку минимума (так как ветви параболы направлены вверх) - вершину параболы. Точку минимума можно найти, используя производную или через формулу вершины. . Уравнение касательной имеет вид , т.е. 

Ответ: 

**Критерии оценки.**

|  |  |
| --- | --- |
| 2 балла | Верно использованы свойства квадратичной функции, продемонстрировано понимание положения касательной. Найдена точка минимума (любым способом). Получен правильный ответ. |
| 1,5 балла | Верно использованы свойства квадратичной функции, продемонстрировано понимание положения касательной. Найдены значения вершины параболы. При решении допущена арифметическая ошибка или описка. |
| 1 балл | Верно использованы свойства квадратичной функции, продемонстрировано понимание положения касательной. Верно найдена точка минимума, уравнение касательной выписано не верно, но есть продвижение в этом направлении.  |
| 0,5 балла | Найдена только вершина параболы. |
| 0 баллов | Не выполнено ни одно из перечисленных выше условий |

**Решение.**

График функции  расположен выше оси абсцисс, если выполнено условие , так же необходимо учесть ОДЗ: , получаем систему условий: 

В первом неравенстве знак не меняем, так как основание десятичного логарифма больше 1. Из двух неравенств в системе выбираем то, что «больше большего».



Ответ: 

**Критерии оценки.**

|  |  |
| --- | --- |
| 2 балла | Верно использованы свойства логарифмической функции, обоснован знак неравенства при переходе к сравнению подлогарифмических выражений. Учтено ОДЗ функции. Получен правильный ответ. |
| 1,5 балла | Верно использованы свойства логарифмической функции, не обоснован знак неравенства при переходе к сравнению подлогарифмических выражений. Учтено ОДЗ функции. Получен правильный ответ. |
| 1 балл | Верно использованы свойства логарифмической функции, обоснован знак неравенства при переходе к сравнению подлогарифмических выражений. Учтено ОДЗ функции. Квадратное неравенство решено не верно. |
| 0,5 балла | Верно использованы свойства логарифмической функции, обоснован знак неравенства при переходе к неравенству подлогарифмических выражений. **Не** учтено ОДЗ функции. Так как ОДЗ в конечном итоге не влияет на ответ, он может совпадать с правильным. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

1. (**3 балла**) При каких значениях параметра *a* один из корней квадратного уравнения  вдвое больше другого?

**Решение.**

Условие задачи предполагает наличие двух различных корней, если только эти корни не нули, что очевидно не является решением, имеем систему условий:

.

Полученные значения параметра удовлетворяют всем условиям системы.

**Критерии оценки.**

|  |  |
| --- | --- |
| 3 балла | Верно составлена система условий. Проверен случай нулевых корней. Система решена верно, получен верный ответ. ИЛИ верно составлено уравнение на сравнение корней, найденных по общей формуле, уравнение решено верно, учтено и проверено условие на дискриминант. |
| 2,5 балла | Верно составлена система условий. Система решена верно, получен верный ответ. ИЛИ верно составлено уравнение на сравнение корней, найденных по общей формуле, уравнение решено верно, учтено и проверено условие на дискриминант. Случай нулевых корней не проверен. |
| 2 балла | Верно составлена и решена система условий. ИЛИ верно составлено уравнение на сравнение корней, найденных по общей формуле, уравнение решено верно. Учтено и проверено условие на дискриминант. При решении системы допущена одна арифметическая ошибка или описка, поэтому получен неверный ответ.  |
| 1,5 балла | Верно составлена система условий. ИЛИ верно составлено уравнение на сравнение корней, найденных по общей формуле, уравнение решено верно При решении системы не проверено условие на дискриминант. При этом ответ соответствует правильному. |
| 1 балл | В решении задачи есть значительные продвижения, но решение не доведено до конца. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

1. (**3 балла**) При каком значении параметра *k* система уравнений  имеет ровно три решения?

**Решение.**

1 способ (графический)

Представим графическое решение системы .

Графиком первого уравнения системы является окружность с центром в начале координат и радиусом равным двум. Графиком второго уравнения системы является парабола (ветви вниз, вершина (0;0)), сдвинутая на *k* вверх (если *k* положительно) или на *a* вниз (если *k* отрицательно).

Для выполнения условий задачи, должно существовать три точки пересечения графиков. Это возможно в единственном случае, когда парабола сдвинута на 3 единицы вверх, т.е. ***k=*2**.

**Критерии оценки.**

|  |  |
| --- | --- |
| 3 балла | Правильно построены графики функций. Верно определено направление сдвига. Получен верный ответ. |
| 2 балла | Правильно построены графики функций. Знак сдвига параболы определен неверно. |
| 1 балл | Допущена ошибка при построении графиков, но идея решения верная |
| 0,5 баллов | Правильно построены графики функций, но выводы не сделаны. |
| 0 баллов | Решение не соответствует ни одному из перечисленных критериев. |

2 способ (алгебраический) После подстановки получим биквадратное уравнение , которое будет иметь ровно три различных корня (из первого уравнения *y* определяется однозначно), если квадратное уравнение  имеет два корня, один из которых положительный, а другой – ноль. Получаем: 

Ответ. **2**

**Критерии оценки.** Система верно сведена к биквадратному уравнению

|  |  |
| --- | --- |
| 3 балла | Система верно сведена к биквадратному уравнению. Сделаны верные выводы о числе корней уравнения. Получен верный ответ |
| 2 балла | Система верно сведена к биквадратному уравнению. Сделаны верные выводы о числе корней уравнения. При решении допущена незначительная ошибка. |
| 1 балл | Система верно сведена к биквадратному уравнению, при решении которого учтены не все условия. |
| 0 баллов | Не выполнено ни одного из вышеназванных условий. |