**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

26.01.19 • 6 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,*

*создателя системы городских математических олимпиад.*

**Довыводные задачи**

1. Разрежьте фигуру по линиям сетки на пять различных по форме фигур из четырёх клеток.

2. Сколько решений имеет ребус С+О+Р+О+К=40? Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

3. Гарри отрабатывает пробойное заклинание на мешке с конфетами. Если заклинание попадает в мешок, в нём появляется дыра и высыпается столько конфет, сколько есть дыр в мешке на данный момент. Как только в мешок попадает 10-е пробойное заклинание, Гермиона произносит латающее заклинание, — дыры исчезают и количество конфет в мешке увеличивается вдвое. Когда Гермиона в третий раз применила латающее заклинание, ребята пересчитали конфеты, оставшиеся в мешке. Их количество уменьшилось в 7 раз по сравнению с первоначальным. Сколько конфет было в мешке в начале тренировки Гарри?

4. У директора школы Ивана Ивановича спешат часы. 1-го сентября ровно в полночь Иван Иванович поставил их правильно. 4-го сентября в полдень на часах было уже 13:00. Какое время показывали часы 1 сентября, когда на самом деле было 07:00, если они ни разу не показывали точного времени?

5. Сколько существует таких наборов из пяти последовательных трёхзначных чисел, которые записываются с помощью цифр: 2,3,4,5,6 (цифры могут повторяться), причем первое делится на 2, второе – на 3, третье – на 4, четвертое – на 5, пятое – на 6?

6. В Новогоднем Международном конкурсе участвовало несколько Дедов Морозов и Дедов Лжеморозов. Известно, что у каждого Мороза есть своя Снегурочка, и она пришла вместе с ним. У Лжеморозов может не быть Снегурочки, а если есть, то приходит так, как её вздумается. На вопрос «Есть ли у Вас Снегурочка?» только 10 Дедов ответили «да», а на вопрос «Пришла ли с Вами Снегурочка?» ответили «да» уже 15 Дедов. Какое наименьшее число Лжеморозов могло прийти на конкурс, если Морозы всегда говорят только правду, а Лжеморозы всегда обманывают?

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА**

26.01.19 • 6 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,*

*создателя системы городских математических олимпиад.*

**Выводные задачи**

****

7. Миша построил фигуру из белых, серых и чёрных кубиков. Её виды спереди и сверху оказались такими, как на рисунке. Изобразите вид фигуры справа, если известно, что в любом столбике кубики одного цвета.

8. Есть три кучки по 40 камней. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо сложить две кучки в одну и разделить её на четыре кучки. Кто не сможет сделать ход – проиграл. Кто из играющих может всегда выигрывать, как бы ни играл соперник?

9. В некотором царстве провели денежную реформу и ввели новую валюту – тугрик. Монетный двор хочет выпускать как можно меньше видов монет, но царь постановил, что любую сумму, не превосходящую 20 тугриков, каждый сможет заплатить не более, чем тремя монетами. Сколько различных видов монет будет в этом царстве?

10. В Новый год Дед Мороз стартует с Северного Полюса и, чтобы одарить всех детей подарками, делает вокруг земли 12 витков (по одной и той же окружности, проходящей через Южный Полюс). Сразу вместе с ним стартует Снегурочка, но она отстает от Дедушки. За то же самое время она делает вокруг земли всего 4 витка. Если Снегурочка бежит за Дедом Морозом – она проливает слезы. А если Дед Мороз позади Снегурочки, она слезы не льет. Весь ли виток будет полит слезами?

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

26.01.19 • 6 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.*

**Решения задач**

**1.** **Решение.** Например, так (см. рисунок).

**2. Ответ.** Решений нет. **Решение.** За буквами С, О, Р, К скрываются разные однозначные числа, поэтому С+О+Р+К≤9+8+6+7=30. Разность 40-30=10 является двузначным числом, следовательно, решений нет.

**3. Ответ.** 98 конфет. **Решение.** Пусть в мешке было х конфет. За 10 заклинаний Гарри выпадает 1+2+3+…+10=55 конфет. После первого заклинания Гермионы в мешке 2х-110 конфет, после второго – 4х-385, после третьего – 8х-770. Решая уравнение 7∙(8х-770)=х, получаем, что х=98.

**4. Ответ.** 07:05 **Решение.** С 00:00 1 сентября до 12:00 4 сентября проходит ровно 12∙7=84 часа. За этот промежуток часы И.И. ни разу не показывали точное время, поэтому за 84 часа они «убежали» вперёд меньше, чем на 12 часов, а именно, на 1 час. Значит, за 7 часов они «убегут» вперёд на в 12 раз меньшее время, т.е. на 5 минут.

**5. Ответ.** 5 наборов. **Решение.** Пять последовательных чисел, состоящих из 2,3,4,5,6, в разряде единиц имеют 2,3,4,5,6, соответственно. Запишем эти трёхзначные числа в виде , ,,,. Первое число и пятое делятся на 2, четвёртое число делится на 5 по признакам делимости при любых значениях  и , удовлетворяющих условиям задачи. Второе число из набора делится на 3 тогда и только тогда, когда  (последнее число делится на 6 при этом же условии), чётвёртое – когда двузначное число  делится на 4. Из последнего следует, что  может принимать значения 2, 4 или 6. Если , то  при , т.е. 422,423,424,425,426. Если , то  при  или , т.е. 2 набора. Если , то  или , также 2 набора, а всего их 5.

**6. Ответ.** 5 Лжеморозов. **Решение.** *Оценка*. На вопрос «Есть ли у Вас Снегурочка?» ответили «да» все Деды Морозы и те Деды Лжеморозы, у которых нет Снегурочки. На вопрос «Пришла ли с Вами Снегурочка?» ответили «да» все Деды Морозы и те Деды Лжеморозы, у которых нет Снегурочки и у которых есть, но не пришла. Разность 15-10=5 – это количество Лжеморозов со Снегурочками, которые отсутствовали. Поэтому Лжеморозов как минимум 5.

*Пример.* И такое могло быть, если пришли 10 Дедов Морозов и 5 Лжеморозов, у которых есть Снегурочка, но она не пришла.

**7. Ответ.** См. рисунок.

****

**8. Ответ.** Вася. **Решение.** Всего 120 камней.Ход возможен, если есть две кучки, где не менее двух камней, ведь именно её можно разделить на 4 кучки. Когда во всех кучках, кроме одной, станет по одному камню – ход невозможен. В начале игры 3 кучки, с каждым ходом количество кучек увеличивается на 2, ход невозможен, когда их 119. Значит, сделано будет 58 ходов. Это число четно, поэтому последний ход сделает Вася.

**9. Ответ.** 4 вида, например, 1, 4, 7 и 9. **Решение.** *Оценка.* Очевидно, что монету 1 надо обязательно использовать. Пусть всего 3 монеты. Самая большая монета N должна быть больше или равна 7, иначе 20 не наберешь 3 монетами, если все три достоинства до 6. Обозначим монеты 1, x и N. Запишем суммы с участием N, их всего семь: N, N+1, N+2, N+x, N+2x, N+x+1, 2N (3N не рассматриваем, т.к. 3N>20). Суммы без участия N, их всего девять: 1, 2, 3, x, 2x, 3x, 1+x, 2+x, 2x+1. Всего 16 различных сумм. Набрать все значения от 1 до20 нельзя, поэтому трех монет не хватит.

*Пример.* Рассмотрим монеты 1, 4, 7, 9. С их помощью можно получить все необходимые значения, например, так: 1, 1+1, 1+1+1, 4, 4+1, 4+1+1, 7, 7+1, 9, 9+1, 7+4, 7+4+1, 9+4, 7+7, 7+7+1, 9+7, 9+7+1, 9+9, 9+9+1, 9+4+7.

**10. Ответ.** Нет, только половина витка. **Решение.** Т.к. за одно и то же время Дед Мороз делает 12 витков, а Снегурочка – 4, то пока Снегурочка сделает 1 виток, Дед Мороз сделает 3 полных витка, и они снова окажутся на Северном полюсе. Рассмотрим траекторию, по которой они бегут. Так как скорость Деда Мороза больше скорости Снегурочки, то сразу после старта расстояние между ними увеличивается до момента, когда Дед Мороз пробежит ¾ витка, а Снегурочка – только четверть витка. Всё это время Снегурочка проливает слезы. Дальше Дед Мороз догоняет Снегурочку до того момента, когда Снегурочка и Дед Мороз не окажутся в одной точке на Южном полюсе. Но пока Снегурочка преодолевала вторую четверть витка, она слез не проливала. Далее ситуация повторится: пока Снегурочка бежит третью четверть витка, она слезы проливает, а пока бежит четвертую четверть – не проливает. Тогда полита слезами будет ровно половина витка.

Сев полюс

**Сн**

**ДМ**

Юж полюс